

KVANTITATIVNE METODE U GRAĐEVINSKOM MENADŽMENTU

predavanja 2017/18

METODE OPTIMIZACIJE I NJIHOVA PRIMJENA U GRAĐEVINARSTVU- *nastavak*

1. Linearno programiranje -

1. grafička metoda
2. simpleks metoda
3. **transportni problemi**

predavanja koncipirana uglavnom na osnovu knjige:

Ž. Prašević, N. Prašević- Operaciona istraživanja u građevinarstvu, Beograd 2009

PRIMJER

- Tri gradilišta se snabdijevaju betonom iz tri fabrike betona. Potrebe gradilišta su redom: 60, 80 i 80 m³/dan, a fabrike imaju sljedeće proizvodne kapacitete: 80, 80 i 6 m³/dan.
- Cijene transporta od fabrike do gradilišta su date u tabeli.
- Naći optimalan plan transporta koji će dati najmanje troškove transporta.

O/I	G1=60	G2=80	G3=80
F1=80	8	7	1
F2=80	3	5	4
F3=60	2	8	6

1. Metode iznalaženja početnog rješenja

dovoljno je primijeniti jednu metodu, kako bi se našlo početno rješenje, a ovdje su prikazane sve metode!

- **METODA DVOSTRUKOG PRECRTAVANJA**

- na određeni način se u svakom redu obilježi polje sa najmanjom cijenom *
- na određeni način se u svakoj koloni obilježi polje sa najmanjom cijenom #
- popunjavaju se sa najvećom mogućom količinom najprije polja koja imaju obje oznake (ako ih je više onda najprije ono sa najmanjom cijenom od svih takvih)
- zatim polja koja imaju jednu oznaku,
- na kraju se upisuju preostale količine u preostala neobilježena polja

- $Z = 1 * 80 + 5 * 80 + 2 * 60 = 600$

- *u ovom primjeru se dobilo degenerisano rješenje, jer imaju ukupno 3 angažovanja polja (3 vrijednosti $x_{ij} > 0$)*
- *to je moguće rješenje, ali se na određeni način mora modifikovati kako bi se mogla provjeriti njegova optimalnost*

O/I	b1=60	B2=80	B3=80
A1=80	8	7	1 ¹ *# 80
A2=80	3 *	5 ³ # 80	4
A3=60	2 ² *# 60	8	6

1. Metode iznalaženja početnog rješenja

- **METODA NAMANJE CIJENE**

- popunjava se sa najvećom mogućom količinom najprije polje koje ima najmanju cijenu u tabeli sa najvećom mogućom količinom,
- zatim se nakon isključenja potrošenog reda odnosno kolone (kojima je iscrpljen kapacitet) novo traži polje sa najmanjom cijenom, koje se pono popunjava najvećom mogućom količinom $x_{ij} = \min(a_i, b_j)$
- postupak se iterativno ponavlja dok se ne rasporede sve količine

- $Z = 1 * 80 + 5 * 80 + 2 * 60 = 600$

- *I u ovom primjeru se dobilo degenerisano rješenje, jer imaju ukupno 3 angažovanja polja (3 vrijednosti $x_{ij} > 0$)*
- *to je moguće rješenje, ali se na određeni način mora modifikovati kako bi se mogla provjeriti njegova optimalnost*

O/I	b1=60	B2=80	B3=80
A1=80	8	7	1 ¹ 80
A2=80	3	5 80	4
A3=60	2 60	8	6

1. Metode iznalaženja početnog rješenja

- **VAM METODA**

- sračunavaju se za svaki red razlike dvije najmanje cijene u redu (*dri*)
- sračunavaju se za svaku kolonu razlike dvije najmanje cijene u koloni (*dsj*)
- popunjava se najprije polje sa najmanjom cijenom u redu, ili koloni gdje je ova razlika najveća. U tom se polju piše najveća moguća količina koja se može transportovati $x_{ij} = \min(a_i, b_j)$
- isključi se red ili kola čiji su kapaciteti istrošeni, pa se ponovo sračunavaju ove razlike i ponavlja se postupak izbora polja na osnovu reda odnosno kolone sa najvećom razlikom dvije preostle najmanje cijene

- $Z = 1 * 80 + 5 * 80 + 2 * 60 = 600$

- i ovdje je dobijeno degenerisano rješenje

O/I	b1=60	B2=80	B3=80	dri
A1=80	8	7	1 ¹ 80	7-1=6
A2=80	3	5 ³ 80	4	4-3=1 5-3=2
A3=60	2 ² 60	8	6	6-2=4 8-2=6
dsj	3-2=1 3-2=1	7-5=2 8-5=3	4-1=3	

2. Metode provjere optimalnosti rješenja

dovoljno je jednom metodom provjeriti da li je rjesenje optimalno, a ovdje su prikazane obje metode provjere.

• METODA POTENCIJALA

- za svako angažovano polje (njih $m+n-1$) sračunavaju se potencijali reda ui i potencijali kolone vj
- pošto ovih potencijala ima $m+n$, a angažovanih polja $m+n-1$, jedan se potencijal pretpostavlja, a ostali se sračunavaju
- za svako neangažovano polje sračunava se karakteristika polja $kij=cij-(ui+vj)$
- ako su sve $kij \geq 0$ onda je rješenje optimalno, u suprotnom na određeni način između određenih polja treba izvršiti preraspodjelu transporta

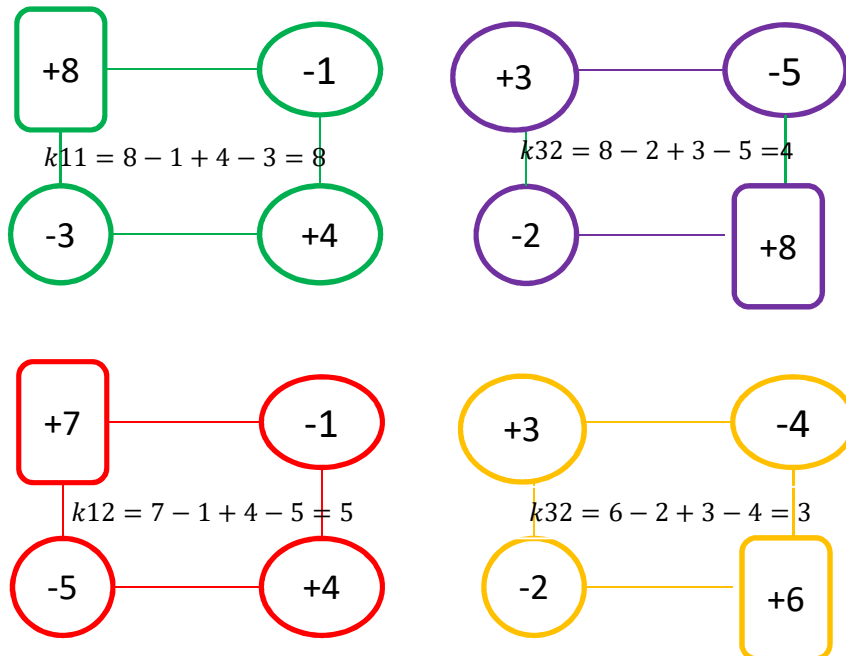
- u ovom primjeru smo pošli od početnog degenerisanog rješenja, koje smo pretvorili u nedegenirano tako što smo dopisali još količine ϵ u dva polja sa najmanjom cijenom, pa sad imamo $m+n-1=3+3+1=5$ rješenja $xij > 0$
- sračunate karakteristike za neangažovana polja $kij=cij-(ui+vj)$
- $k11=8-(0+0)=8$
- $k12=7-(0+2)=5$
- $k32=8-(2+2)=4$
- $k33=6-(2+1)=3$
- sve su pozitivne i ovo je optimalno rješenje

O/I	b1=60	B2=80	B3=80	ui
A1=80	8	7	1 80	0- prvo pretpostavljeno
A2=80	3 ϵ	5 80	4 ϵ	3
A3=60	2 60	8	6	2
vj	0	2	1	

2. Metode provjere optimalnosti rješenja

- METODA LANACA**

- za svako neangažovano polje konstruišu se tzv. lanaci zatvoreni poligon sa parnim brojem tjemena,
- jedno tjeme se nalazi u neangažovanom polju za koje se lanac konstruiše, a ostala se nalaze u angažovanim poljima
- u tjemenu lanca se upisuju cijene transporta za to polje i to tako da se cijena neangažovanog polja uzima sa znakom +, a zatim se u smjeru kazaljke na satu cijene naizmjenično obilježavaju sa -, odnosno +.
- za svaki lanac sračunava se karakteristika polja **kij** koja predstavlja zbir cijena polja koja su uključena u lanac (sa odgovarajućim predznakom koji im je dodijeljen prema prethodnom pravilu)
- ako su sve **kij ≥ 0** onda je rješenje optimalno, u suprotnom na određeni način između određenih polja treba izvršiti preraspodjelu transporta



O/I	b1=60	B2=80	B3=80
A1=80	8	7	1
A2=80	3	5	4
A3=60	2	8	6
	60	80	80

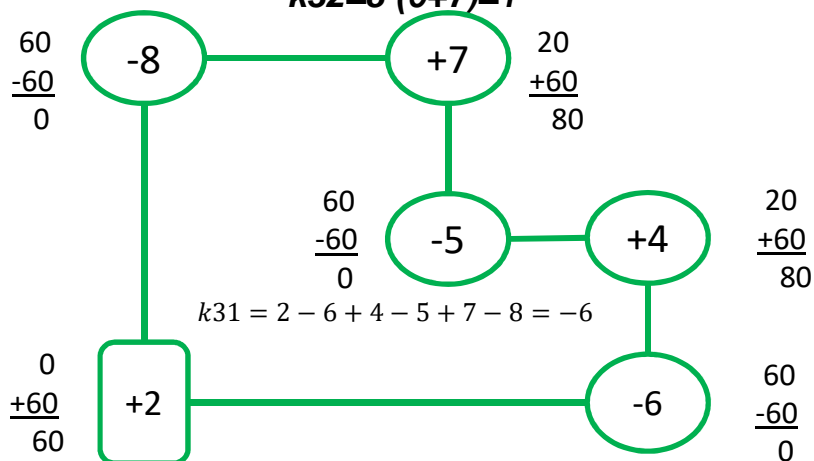
The table shows a transportation problem with three origins (O/I) and three destinations (B1, B2, B3). The supply values are b1=60, B2=80, and B3=80. The demand values are A1=80, A2=80, and A3=60. The table contains numerical values for each cell, with some cells highlighted by colored dashed lines (green, red, purple, yellow) corresponding to the loops shown in the diagram. The values in the highlighted cells are: green (8, 7, 1, 4), red (5, 4), purple (8, 80, 60), and yellow (6, 80, 80).

3. Metoda iznalaženja poboljšanog rješenja

- METODA PRERASPODJELE KOLIČINA DUŽ LANACA**

- na početnom rješenju dobijenom dijagonalnom metodom primjenjena je metoda potencijala za provjeru optimalnosti i sračunate su karakteristike

- $k_{13}=1-(0+6)=-5$
- $k_{21}=3-(8-2)=-3$
- $k_{31}=2-(0+8)=-6$
- $k_{32}=8-(0+7)=1$



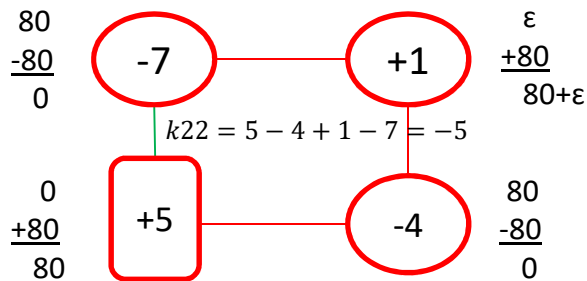
- po izvršenoj preraspodjeli dobijeno je degenerisano rješenje, pa se moraju dodatno angažovati još dva polja i ponovo se primjenjuje neka metoda za provjeru optimalnosti
- metodom potencijala su ponovo sračunate karakteristike neangažovanih polja
- $k_{12}=8-(0+0)=8$
- $k_{22}=5-(3+7)=-5$
- $k_{32}=8-(0+7)=1$
- $k_{33}=6-(0+1)=6$

O/I	b1=60	B2=80	B3=80	ui
A1=80	8 60	7 20	1	0
A2=80	3	5 60	4 20	-2
A3=60	2	8	6 60	0
vj	8	7	6	

O/I	b1=60	B2=80	B3=80	ui
A1=80	8	7 80	1 ε	0
A2=80	3 ε	5	4 80	3
A3=60	2 60	8	6	0
vj	0	7	1	

3. Metoda iznalaženja poboljšanog rješenja

- METODA PRERASPODJELE KOLIČINA DUŽ LANACA**



- po izvršenoj preraspodjeli ponovo je dobijeno degenerisano rješenje, pa se mora dodatno angažovati još jedno polje i ponovo se primjenjuje neka metoda za provjeru optimalnosti
- metodom potencijala su ponovo sračunate karakteristike neangažovanih polja
- $k_{12}=8-(0+0)=8$
- $k_{22}=7-(0+2)=5$
- $k_{32}=8-(2+2)=4$
- $k_{33}=6-(2+1)=3$
- sve karakteristike su pozitivne pa je dobijeno optimalno rješenje
- $x_{13}=80$
- $x_{22}=80$
- $x_{31}=60$, ostalo $x_{ij}=0$,
- $\min z = 80*1 + 5*80 + 2*60 = 600$

O/I	b1=60	B2=80	B3=80	ui
A1=80	8	7	1	0
A2=80	3	5	4	3
A3=60	2	8	6	0
vj	0	7	1	

O/I	b1=60	B2=80	B3=80	ui
A1=80	8	7	1	0
A2=80	3	5	4	3
A3=60	2	8	6	2
vj	0	2	1	

Literatura

- Ž. Praščević, N. Praščević: Operaciona istraživanja u građevinarstvu, Čugura print, Beograd, 2009,